PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Federico Arregui. Vedruna Pamplona.

1. Halla dos números cuya suma sea 56, y tales que el cuadrado de uno de ellos sea igual al otro.

   1) asignamos letras a las incógnitas:

      Un número: x

      El otro, (56-x)

   2) planteamos:

      $$x^2 = (56 - x)$$

   3) resolvemos:

      $$x^2 + x - 56 = 0$$

      $$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot(-56)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 224}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2} = \begin{cases} x = 7 \\ x = -8 \end{cases}$$

   4) interpretamos:

      Si x=7 entonces (56-x)=49. Luego la primera solución serían los números 7 y 49.

      En cambio si x=-8, entonces el otro número buscado sería, (56-(-8))=64. En este caso la solución serían los números -8 y 64.

2. Si añadimos a 24 cinco veces un cierto número, el resultado es igual, al cuadrado de dicho número. ¿De qué número se trata?

   1) asignamos letras a las incógnitas:

      Un número: x

   2) planteamos:

      $$24 + 5x = x^2$$

   3) resolvemos:

      $$x^2 - 5x - 24 = 0$$

      $$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4\cdot(-24)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2} = \begin{cases} x = 8 \\ x = -3 \end{cases}$$

   4) interpretamos-comprobamos:

      Si x=8 entonces 24+5·8=64 que sí es cuadrado de 8.

      Si x=-3, entonces 24+5·(-3)=24-15=9 que también es cuadrado de -3.

      Los números 8 y -3 sí son soluciones de este problema.

3. Si al doble del cuadrado de un número le restamos ese mismo número, se obtiene el número 15. ¿Cuál es ese número del que hablamos?

   1) asignamos letras a las incógnitas:

      Un número: x

   2) planteamos:

      $$2x^2 - x = 15$$

   3) resolvemos:

      $$2x^2 - x - 15 = 0$$

      $$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot 2\cdot(-15)}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{1 \pm 11}{4} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -5/2 \end{cases}$$

   4) interpretamos-comprobamos:

      Si x=3 entonces $2\cdot 3^2-3=15$. Se cumple la condición impuesta.

      Si x=-5/2, entonces $2\cdot(-5/2)^2-(-5/2)=50/4+10/4=60/4=15$ que también cumple la condición impuesta en el problema.

      Los números 3 y -5/2 sí son soluciones de este problema.

4. Calcula dos números consecutivos, sabiendo que la diferencia de sus cubos es 1387. DIFÍCIL

1) asignamos letras a las incógnitas:
Un número: n
Su consecutivo: n+1

2) planteamos:
$$(n+1)^3 - n^3 = 1387$$

3) resolvemos:
$$(n+1)^3 - n^3 = 1387$$
$$n^3 + 3n^2 \cdot 1 + 3n \cdot 1^2 + 1^3 - n^3 = 1387$$
$$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 1387$$
$$3n^2 + 3n + 1 = 1387$$
$$3n^2 + 3n - 1386 = 0$$
$$n^2 + n - 462 = 0$$
$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-462)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1848}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1849}}{2} = \frac{-1 \pm 43}{2} = \begin{cases} n = 21 \\ n = -22 \end{cases}$$

4) interpretamos-comprobamos:
Si x=21 entonces $22^3 - 21^3 = 1387$. (compruébalo con calculadora) Se cumple la condición impuesta.
Si x=-22 entonces $(-21)^3 - (-22)^3 = 1387$. (compruébalo con calculadora) Se cumple la condición impuesta.
Los números 21 y -22 sí son soluciones de este problema.

5. Halla dos números pares consecutivos cuyo producto valga 4224.

1) asignamos letras a las incógnitas:
Un número par: 2n
Su consecutivo: 2n+2

2) planteamos:
$$2n(2n+2) = 4224$$

3) resolvemos:
$$2n(2n+2) = 4224$$
$$4n^2 + 4n - 4224 = 0$$
$$n^2 + n - 1056 = 0$$
$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-1056)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4224}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4225}}{2} = \frac{-1 \pm 65}{2} = \begin{cases} n = 32 \\ n = -33 \end{cases}$$

4) interpretamos-comprobamos:
Si n=32 entonces los números son 64 y 66
Si x=-33, entonces no tiene sentido.